

增益相位误差下基于部分校准嵌套阵列的 DOA 估计

田 野, 史佳欣, 王彦茹

(燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘 要: 现有的波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计方法大多依赖于阵列导向矩阵的精确无偏条件, 而实际工程中由于时钟偏移、阵元位置偏差的存在导致该条件往往难以满足. 为匹配阵列实际接收条件, 本文基于部分校准嵌套阵列, 提出了一种增益相位误差下的 DOA 估计新方法. 该方法首先利用连乘子函数和简单的代数运算完成初始增益相位误差估计, 然后通过协方差矩阵向量化和稀疏表示理论构建具有连续自由度的稀疏表示向量模型, 最后考虑有效样本的影响, 在初始增益相位误差估计的基础上应用稀疏总体最小均方 (Sparse total least squares, STLS) 算法完成波达方向估计. 本文所提方法不仅对阵列增益相位误差不敏感, 而且可依靠嵌套阵列高自由度特性和 STLS 算法的抗扰动特性获得改进的分辨率和估计精度, 计算机仿真结果验证了所提算法的有效性.

关键词: DOA 估计; 增益相位误差; 部分校准嵌套阵列; 连乘子函数; STLS 算法

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)12-2465-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.12.003

Direction of Arrival Estimation Method Using Partly Calibrated Nested Array in the Presence of Gain-Phase Errors

TIAN Ye, SHI Jia-xin, WANG Yan-ru

(School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: Most of the current direction of arrival estimation (DOA) methods are proposed based on the unbiased knowledge of the array manifold, which may not be guaranteed in some practical applications, since the clock drifting and sensor position uncertainties always exist. To match the actual array reception condition, a DOA estimation method that uses partly calibrated nested array is presented. The proposed method completes the array gain-phase errors estimation by exploiting the continuous multiplication operator and simple algebraic operation, and then constructs a sparse vector model via vectorization operation on array covariance matrix in sparse representation framework, which owes consecutive degrees of freedom. Finally, the influence of the finite number of samples is considered, and the DOAs are successively estimated by applying sparse total squares (STLS) algorithm based on the estimated result of gain-phase errors. The proposed method not only performs independent of gain-phase errors, but also can provide improved resolution and estimation accuracy, by depending on the high DOFs provided by nested array and anti-disturbance characteristics of STLS algorithm. Simulation results validate the effectiveness of the proposed method.

Key words: direction of arrival (DOA) estimation; gain-phase errors; partly calibrated nested array; continuous multiplication operator; STLS algorithm

1 引言

波达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 估计是阵列信号处理领域的核心研究内容之一, 广泛应用于各种军用 (如雷达、声呐、电子对抗) 和民用 (如麦克风阵列系

统、室内自导引系统) 领域^[1-4]. 经过几十年的发展, 以 MUSIC 和 ESPRIT 为代表的各种高精度、高分辨率 DOA 估计方法及其改进方法被相继提出^[5-9], 该类方法大多依赖于阵列导向矩阵的精确无偏条件. 然而, 在实际的阵列天线接收系统中, 本地振荡器的相位噪声^[10]、下行

采样的时钟偏移^[11]以及阵元位置偏差^[12]往往难以避免,致使阵列导向矩阵存在一定的增益和相位偏差.当该偏差达到一定程度后,入射信号波前的相关性将丢失.相对应地,上述已有 DOA 估计方法的性能亦将会严重下降甚至失效^[13].

为匹配实际阵列接收条件,解决阵列增益相位误差下的 DOA 估计难题,国内外研究者们近年来也相继提出了一些适用于阵列增益相位误差校准的 DOA 估计方法,大体分为有源校准方法和自校准方法两类.有源校准类方法^[14-16]主要利用多个空间位置精确已知的辅助信号源对阵列误差参数进行离线估计,该类方法增益相位误差估计效果良好,且计算复杂度低,但其对实际工程环境要求较高,在很多情况下难以应用.不同于有源校准方法,自校准方法^[17-20]往往依赖部分校准阵列和先进的数学运算实现对 DOA 和增益相位误差的联合估计,由于无需辅助信号源,对环境适应性强,因此该类方法在实际工程中得到了广泛应用.具体地,Cao^[17]等人分别基于特征值分解和阵列接收数据协方差矩阵的 Hadamard 积运算完成增益和相位误差估计,并在此基础上利用二维 MUSIC 算法实现 DOA 估计.该方法的优点是估计性能不依赖于阵列相位误差,缺点是需要多维谱峰搜索且分辨率和估计精度不高.文献[18]基于部分校准均匀线性阵列,提出了一种基于 ESPRIT-Like 思想的 DOA 估计方法,该方法利用旋转不变因子和拉格朗日乘法实现 DOA 和增益相位误差的联合估计,不仅有效避免了谱峰搜索,而且获得了较好的估计效果.在文献[18]的基础上,曲等人利用增益相位特性一致的辅助阵元基于正交线性变换思想,进一步提出了基于传播算子和最小二乘法的阵列增益相位误差自校准方法^[19],和 ESPRIT-Like 方法相比,该方法无需特征值分解,可以以更低的复杂度获得相近的 DOA 估计性能.文献[20]通过构建若干特殊的数据矩阵,又提出了基于单校准源的增益相位误差和 DOA 联合估计方法,为降低人工校准工作提供了行之有效的途径.近年来,稀疏信号重构^[21-23]以其高噪声鲁棒性的优势引起了国内外学者的广泛关注,基于稀疏重构的高分辨率 DOA 估计和增益相位误差校准方法亦被相继提出.文献[24,25]提出基于 ℓ_1 范数最小化的 DOA 和增益相位误差的联合迭代估计方法,但该方法仅适用于增益相位误差较小的情况,否则由于联合迭代优化问题的非凸性,算法的估计性能难以保证.

上述方法虽然能够解决阵列增益相位误差下的 DOA 估计问题,但需要指出的是它们大多基于均匀线阵,可提供的自由度往往较小.而实际上以有限的阵元数提供更多的自由度已成为工程领域的迫切需要^[26].鉴于此,一些非均匀线性阵列(诸如嵌套阵

列^[27]、互质阵列^[28])近年来被相继提出,它们可以更少的阵元数提供更多的自由度,为保障 DOA 估计性能提供了有力条件.和互质阵列相比,嵌套阵列更容易构建也能更容易获得连续可用的自由度数量,因此本文将新近提出的嵌套阵列拓展至增益相位误差下的 DOA 估计中,旨在依靠嵌套阵列高自由度特性以及联合应用连乘子函数和具有抗扰动特性的 STLS 算法^[29]实现阵列增益相位误差下高性能的 DOA 估计.

2 阵列增益相位误差下的信号模型

图1为本文构造的由 M 个阵元组成的二级嵌套阵列,其包含两组均匀线阵,第一组均匀线阵由第 $\{1, 2, \dots, M_1 + 1\}$ 个阵元构成,阵元数为 $M_1 + 1$,阵元间距为 d ;第二组均匀线阵由第 $\{1, M_1 + 1, M_1 + 2, \dots, M\}$ 个阵元构成,阵元数 $M - M_1 + 1$,阵元间距为 $M_1 d$. 两组均匀线阵共用第 $\{1, M_1 + 1\}$ 个阵元.

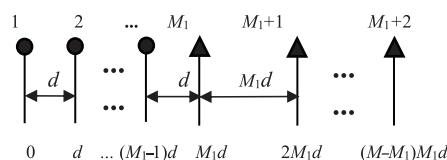


图1 二级嵌套阵列

假设有 K 个远场窄带、不相关信号由不同的角度 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$ 入射到该阵列上,考虑阵列增益相位误差并以第一个阵元为参考点,则阵列接收信号表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{G}\Phi\mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad t=1, 2, \dots, Q \quad (1)$$

式(1)中, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$ 表示入射信号, $\mathbf{G} = \text{diag}\{\rho_1, \dots, \rho_M\}$ 和 $\Phi = \text{diag}\{e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_M}\}$ 分别表示增益误差矩阵和相位误差矩阵, ρ_m 是第 m 个阵元的增益误差系数; ϕ_m 是第 m 个阵元的相位误差系数, $m \in [1, M]$. $\mathbf{n}(t)$ 表示传感器上的加性噪声, Q 为快拍数. $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 是该阵列的方向矢量矩阵,其第 k 列表示为

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{jd_2 \pi \sin(\theta_k)/\lambda}, \dots, e^{jd_M \pi \sin(\theta_k)/\lambda}]^T \quad (2)$$

λ 为信号载波波长, d_m 为第 m 个阵元的位置,符号 \mathbf{T} 和 $\text{diag}\{\cdot\}$ 分别代表转置和对角化操作.

基于式(1),可得阵列协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H\Phi^H\mathbf{G}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (3)$$

式(3)中, $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\} = \text{diag}\{P_1, \dots, P_K\}$ 为信号协方差矩阵, P_k 代表第 k 个信号的功率, σ_n^2 为噪声方差, \mathbf{I} 为 $M \times M$ 单位矩阵, $\mathbf{E}\{\cdot\}$ 和上标 \mathbf{H} 分别代表期望和共轭转置操作.

为保证算法的有效性,本文作如下假设:

假设1:嵌套阵列的前 $m_c \geq 2$ 个阵元已被校准;

假设2:信源信号 $\mathbf{s}(t)$ 为窄带、统计独立过程;

假设3: $\mathbf{n}(t)$ 为高斯白噪声且与 $\mathbf{s}(t)$ 不相关,其方

差 σ_n^2 已知或已通过最大似然方法^[30] 估计;

假设 4: 阵元间距和信源数分别满足 $d = \lambda/2, K \leq M_1(M - M_1)$.

3 阵列增益相位误差校准与 DOA 估计

3.1 增益相位误差估计

假设快拍数 Q 趋于无穷, 则通过减去噪声项可获得无噪协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R} - \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H\Phi^H\mathbf{G}^H \quad (4)$$

令 \mathbf{R}_1 为对应于第一组均匀线阵的协方差矩阵, 可通过提取 \mathbf{R}_0 中左上角的 $(M_1 + 1) \times (M_1 + 1)$ 维子阵获得, 其第 p 行 q 列元素表示为

$$\mathbf{R}_1(p, q) = \rho_p \rho_q e^{j(\phi_p - \phi_q)} \sum_{k=1}^K P_k e^{j(p-q)\pi \sin(\theta_k)} \quad (5)$$

分别取 $p = q$ 和 $p = q + 1$, 可得

$$\mathbf{R}_1(q, q) = \rho_q^2 \sum_{k=1}^K P_k \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_1(q + 1, q) = \rho_{q+1} \rho_q e^{j(\phi_{q+1} - \phi_q)} \sum_{k=1}^K P_k e^{j\pi \sin(\theta_k)} \quad (7)$$

其中, $q \in [1, M_1]$. 定义 $B_1 = \sum_{k=1}^K P_k, B_2 = \sum_{k=1}^K P_k e^{j\pi \sin(\theta_k)}$, 由于前 $m_c \geq 2$ 个阵元已被校准, 即 $q \in [1, m_c]$ 时, $\rho_q e^{j\phi_q} = 1$, 进一步可以求出

$$\mathbf{R}_1(1, 1) = \mathbf{R}_1(2, 2) = \cdots = \mathbf{R}_1(m_c, m_c) = B_1 \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_1(2, 1) = \mathbf{R}_1(3, 2) = \cdots = \mathbf{R}_1(m_c, m_c - 1) = B_2 \quad (9)$$

基于式(8)和式(9)构造连乘子函数为

$$\Psi_1(q + 1, q + 1) = \frac{\prod_{i=1}^q \mathbf{R}_1(i + 1, i)}{\prod_{i=1}^q \mathbf{R}_1(i, i)} = \rho_{q+1} e^{j\phi_{q+1}} \left(\frac{B_2}{B_1} \right)^q \quad (10)$$

式(10)中, $\prod_{i=1}^q \mathbf{R}_1(i + 1, i) = \rho_1 \rho_2^2 \rho_3^3 \cdots \rho_q^q \rho_{q+1} B_2^q$,

$$\prod_{i=1}^q \mathbf{R}_1(i, i) = \rho_1^2 \rho_2^2 \rho_3^2 \cdots \rho_q^2 B_1^q.$$

利用简单的代数运算, 即可获得第 $m_c + 1, \dots, M_1 + 1$ 个阵元的增益相位误差估计值, 表示为

$$\rho_{q+1} e^{j\phi_{q+1}} = \Psi_1(q + 1, q + 1) B_1^q / B_2^q, q = m_c, \dots, M_1 \quad (11)$$

同理, 令 \mathbf{R}_2 为对应于第二组均匀线阵的协方差矩阵, 可通过提取 \mathbf{R}_0 中第 1 行 l_c 列、第 l_c 行 1 列元素以及右下角的 $(M - M_1) \times (M - M_1)$ 维子阵获得, 其中 $l_c \in \{1, M_1 + 1, M_1 + 2, \dots, M\}$. \mathbf{R}_2 的第 \bar{p} 行 \bar{q} 列元素表示为

$$\mathbf{R}_2(\bar{p}, \bar{q}) = \rho_{\bar{p}+M_1-1} \rho_{\bar{q}+M_1-1} e^{j(\phi_{\bar{p}+M_1-1} - \phi_{\bar{q}+M_1-1})} \times \sum_{k=1}^K P_k e^{j(\bar{p}-\bar{q})M_1 \pi \sin(\theta_k)}, \bar{p}, \bar{q} \neq 1 \quad (12)$$

当 $\bar{p} = 1$ 或 $\bar{q} = 1$ 时, 式(12)中的下角标 $\bar{p} + M_1 - 1$ 或 $\bar{q} + M_1 - 1$ 将被 1 替代.

构造对应于第二组均匀线阵的连乘子函数为

$$\Psi_2(\bar{q} + 1, \bar{q} + 1) = \frac{\prod_{i=1}^{\bar{q}} \mathbf{R}_2(i + 1, i)}{\prod_{i=1}^{\bar{q}} \mathbf{R}_2(i, i)} = \rho_{\bar{q}+M_1} e^{j\phi_{\bar{q}+M_1}} \left(\frac{B_3}{B_1} \right)^{\bar{q}} \quad (13)$$

其中, $\bar{q} \in [2, M - M_1]$, $\prod_{i=1}^{\bar{q}} \mathbf{R}_2(i + 1, i) = \rho_1 \rho_{M_1+1}^2 \rho_{M_1+2}^2 \cdots$

$\rho_{\bar{q}+M_1} B_3^{\bar{q}}$, $\prod_{i=1}^{\bar{q}} \mathbf{R}_2(i, i) = \rho_1^2 \rho_{M_1+1}^2 \rho_{M_1+2}^2 \cdots \rho_{\bar{q}+M_1-1}^2 B_1^{\bar{q}}$. 由于 $\rho_{M_1+1} e^{j\phi_{M_1+1}}$ 已通过式(11)估计, $\mathbf{R}_2(1, 1) = \rho_{M_1+1}^{-2} \mathbf{R}_2(2, 2) =$

$B_1, \rho_{M_1+1}^{-1} e^{-j\phi_{M_1+1}} \mathbf{R}_2(2, 1) = B_3 = \sum_{k=1}^K P_k e^{jM_1 \pi \sin(\theta_k)}$. 最后得到第 $M_1 + 2, \dots, M$ 个阵元的增益相位误差估计值为

$$\rho_{\bar{q}+M_1} e^{j\phi_{\bar{q}+M_1}} = \Psi_2(\bar{q} + 1, \bar{q} + 1) B_1^{\bar{q}} / B_3^{\bar{q}}, \bar{q} = 2, \dots, M - M_1 \quad (14)$$

3.2 有限快拍数下的 DOA 估计

上节中获得的阵列协方差矩阵和增益相位误差估计结果均基于采样快拍数 Q 趋于无穷的假设条件, 而在实际中, Q 为有限值, 因此只能得到协方差矩阵 \mathbf{R} 的估计值 $\hat{\mathbf{R}} = \sum_{t=1}^Q \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) / Q = \mathbf{R} + \Delta_r \approx \mathbf{R}$, 以及阵列增益相位误差矩阵 $\mathbf{G}\Phi$ 阵的估计值 $\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{G}\Phi + \Delta_g$. 当采用 $\hat{\mathbf{F}}$ 对阵列协方差矩阵进行误差补偿后得到

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_3 &= \hat{\mathbf{F}}^{-1} \hat{\mathbf{R}} (\hat{\mathbf{F}}^H)^{-1} \\ &= \mathbf{G}_1 \Phi_1 \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \Phi_1^H \mathbf{G}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} + \hat{\mathbf{F}}^{-1} \Delta_r (\hat{\mathbf{F}}^H)^{-1} \\ &\approx \mathbf{G}_1 \Phi_1 \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \Phi_1^H \mathbf{G}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)中, $\mathbf{G}_1 \Phi_1 = \text{diag}\{[g_1, \dots, g_m, \dots, g_M]\}$, $g_m = \rho_m e^{j\phi_m} / (\rho_m e^{j\phi_m} + \Delta_g(m))$, $m \in [1, M]$. 不难发现, 当 $Q \rightarrow \infty$ 时, $\Delta_g, \Delta_r \rightarrow \mathbf{0}$, 而当采样快拍数有限时, 利用增益相位误差估计结果对协方差矩阵进行补充后, 依然存在着一一定的增益相位误差扰动. 为解决这一问题, 本文采用具有抗扰动特性的稀疏总体最小均方 STLS 算法完成 DOA 估计. 对 \mathbf{R}_3 进行向量化操作得到

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}_3) \approx [\mathbf{H} \odot (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})] \mathbf{p} + \sigma_n^2 \mathbf{i}_e \quad (16)$$

式(16)中, $\mathbf{H} = [\mathbf{h} \ \mathbf{h} \ \cdots \ \mathbf{h}] \in \mathbb{C}^{M^2 \times K}$, $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{g} \mathbf{g}^H)$, $\mathbf{g} = [g_1, \dots, g_M]^T$, $\mathbf{p} = [P_1, \dots, P_K]^T$, $\mathbf{i}_e = \text{vec}(\mathbf{I})$, 符号 \odot 和 \otimes 分别代表 Hadamard 积和 Khatri-Rao 积, 上标 $*$ 表示共轭运算.

为匹配 STLS 算法, \mathbf{r} 在稀疏表示理论框架下可等价表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &\approx [\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A} + (\mathbf{H} - \mathbf{Y}) \odot (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})] \mathbf{p} + \sigma_n^2 \mathbf{i}_e \\ &\triangleq [\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{E}] \mathbf{p} + \sigma_n^2 \mathbf{i}_e \\ &= [\Phi + \mathbf{E}_c] \mathbf{p}_c + \sigma_n^2 \mathbf{i}_e \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)中, $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}$, $\mathbf{E} = (\mathbf{H} - \mathbf{Y}) \odot (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})$ 为扰动

项, \mathbf{Y} 为全由 1 组成的 $M^2 \times K$ 的矩阵, Φ 为对应于 $\bar{\mathbf{A}}$ 的包含 G 个空域网格 (即 $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_G$) 的过完备基字典, $G \gg K$, $\mathbf{E}_c = (\mathbf{H} - \mathbf{Y}) \odot \Phi$, \mathbf{p}_c 为 K 稀疏向量, 若其第 k 个元素非零, 则可判断某个信源信号由角度 $\bar{\theta}_k$ 入射到阵列.

基于式 (17), 构建稀疏总体最小均方优化问题为

$$\{\hat{\mathbf{p}}_c, \hat{\mathbf{E}}_c\} = \arg \min_{\mathbf{p}_c, \mathbf{E}_c} \|\mathbf{r} - \sigma_n^2 \mathbf{i}_e - [\Phi + \mathbf{E}_c] \mathbf{p}_c\|_2^2 + \|\mathbf{E}_c\|_F^2 + \beta \|\mathbf{p}_c\|_1 \quad (18)$$

式 (18) 中, $\|\cdot\|_F$, $\|\cdot\|_2$ 和 $\|\cdot\|_1$ 分别代表 F 范数, ℓ_2 范数和 ℓ_1 范数, β 为控制稀疏度与估计精度的惩罚参数, 由 L 曲线法^[31] 确定.

为保证收敛速度, 本文采用文献 [29] 提供的迭代最小化方法对式 (18) 进行求解. 首先固定 \mathbf{E}_c 并通过如下 ℓ_1 范数最小化优化问题估计 $\hat{\mathbf{p}}_c$

$$\hat{\mathbf{p}}_c = \arg \min_{\mathbf{p}_c} \|\mathbf{r} - \sigma_n^2 \mathbf{i}_e - [\Phi + \mathbf{E}_c] \mathbf{p}_c\|_2^2 + \beta \|\mathbf{p}_c\|_1 \quad (19)$$

其次基于估计的 $\hat{\mathbf{p}}_c$, 通过如下 F 范数最小化优化问题更新 $\hat{\mathbf{E}}_c$

$$\hat{\mathbf{E}}_c = \arg \min_{\mathbf{E}_c} \|\mathbf{r} - \sigma_n^2 \mathbf{i}_e - [\Phi + \mathbf{E}_c] \hat{\mathbf{p}}_c\|_2^2 + \|\mathbf{E}_c\|_F^2 \quad (20)$$

式 (19) 和式 (20) 交替求解, 直到获得一个稳定解 $\tilde{\mathbf{p}}_c$. 寻到 $\tilde{\mathbf{p}}_c$ 中非零元素的位置即可获得最终的 DOA 估计. 具体地, 在求解过程中, 式 (19) 可通过二阶锥规划 (SOCP) 进行求解, 而式 (20) 可通过对 \mathbf{E}_c 进行一阶偏导后得到闭式解, 其第 $i+1$ 次迭代后的结果表示为

$$\hat{\mathbf{E}}_c(i+1) = (\|\mathbf{1} + \hat{\mathbf{p}}_c(i)\|_2^2)^{-1} [\mathbf{r} - \sigma_n^2 \mathbf{i}_e - \Phi \hat{\mathbf{p}}_c(i)] \hat{\mathbf{p}}_c^T(i) \quad (21)$$

3.3 计算复杂度与可估计的最大信源数分析

本文所提方法的复杂度主要集中在阵列协方差矩阵的构建及基于 STLS 算法的稀疏重构过程, 假定空间网格划分数为 G , STLS 算法交替迭代次数为 N , 则本文所提算法需要的乘法次数约为 $O(M^2Q) + O(NG^3)$. 作为对比, 在同等阵元数条件下, 文献 [17] 提出的 Hadamard 积方法以及文献 [18] 提出的 ESPRIT-Like 方法所需要的乘法次数分别约为 $O(M^2Q) + O(4M^3/3) + O(MKG^2)$ 和 $O(M^2Q) + O(4M^3/3)$. 由于 $G \gg M, K$, 因此本文方法的复杂度高于 Hadamard 积方法和 ESPRIT-Like 方法, 但需要说明的是本文方法可获得改进的分辨率和估计精度 (详见仿真实验部分). 文献 [24, 25] 同样基于稀疏重构理论, 但为稀疏多测量矢量 (MMV) 问题, 且在每次迭代过程中均要完成两次群 ℓ_1 范数最小化求解, 因此所需要的乘法次数为 $O(2NTG^3)$, 大于本文方法.

依据嵌套阵列的性质, 本文所采用的二级嵌套阵列可形成 $2M_1(M - M_1) + 1$ 个虚拟阵元, 因此可以得到 $\text{rank}(\Phi) = 2M_1(M - M_1) + 1$, 根据唯一表示定理^[32] 可知, 本文所提方法可以有效估计 $K = M_1(M - M_1)$ 个信

源, 在 $M_1 > 1$ 时大于文献 [17 ~ 20, 24, 25] 所能有效估计的信源数量.

4 仿真与分析

本章通过仿真实验验证所提方法的有效性, 并与 Hadamard 方法^[17]、ESPRIT-Like 方法^[18] 和基于 ℓ_1 范数的联合迭代方法^[25] 进行比较. 空间角度搜索范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$, 离散化角度间隔为 0.1° , 除第一个仿真实验外, 均设定阵列天线数目 $M = 10$, $M_1 = 5$, 增益误差 $\{\rho_m\}_{m=1}^M$ 和相位误差 $\{\phi_m\}_{m=1}^M$ 由下式得出

$$\rho_m = 1 + \sqrt{12} \sigma_\rho \zeta_m \quad (22)$$

$$\phi_m = \sqrt{12} \sigma_\phi \xi_m \quad (23)$$

其中, ζ_m 和 ξ_m 是独立同分布的随机变量, 均匀分布在 $[-0.5, 0.5]$ 上, σ_ρ 和 σ_ϕ 分别为 ρ_m 和 ϕ_m 的标准偏差. DOA 可分辨概率和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 运行结果均由 1000 次独立的 Monte Carlo 实验统计获得.

实验 1 直观空间谱输出结果

为直观展示本文所提方法的增益相位误差校准结果, 考虑 9 个信源信号入射到由 6 个阵元组成的二级嵌套阵列上, $M_1 = 3$, 入射角度分别为 $\{-55^\circ, -40^\circ, -25^\circ, -10^\circ, 5^\circ, 20^\circ, 35^\circ, 50^\circ, 70^\circ\}$, 信噪比 $\text{SNR} = 10\text{dB}$, 快拍数为 1000, 增益相位误差参数为 $\sigma_\rho = 0.1$, $\sigma_\phi = 20^\circ$. 未校准和采用本文方法校准后的归一化空间谱输出结果分别如图 2(a) 和图 2(b) 所示. 可以清楚地发现, 未进行增益相位误差校准时, DOA 估计出现了较大的偏差, 而采用本文方法校准后估计偏差得到了有效纠正, 这充分说明了本文所提方法的有效性. 同时, 该实验还进一步证明本文方法可利用 M 个阵元有效估计 $M_1(M - M_1)$ 个信源.

实验 2 分辨率性能的比较结果

分辨率反映的是算法对 DOA 相近的两个信源的区分和估计能力. 本文所提方法分辨概率随信噪比 SNR 和角度间隔的变化关系分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示. 图 3(a) 中, 入射角度为 $\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 10^\circ$, 快拍数为 1000, SNR 由 -5dB 变化到 20dB . 图 3(b) 中, 入射角度 θ_1 , 快拍数和 SNR 分别固定为 $5^\circ, 1000$ 和 10dB , θ_2 由 7° 变化到 15° . 增益相位误差参数为 $\sigma_\rho = 0.1, \sigma_\phi = 10^\circ$. 约定当且仅当两个信源的估计偏差均不超过 0.5° 时才算成功分辨. 由仿真结果可以看出, Hadamard 方法分辨率最低, 即使在 $\text{SNR} = 10\text{dB}$ 、信源角度间隔为 10° 的优越条件下, 其分辨率仍不足 50%, ESPRIT-Like 方法和联合迭代法在信源角度间隔小于 4° 及 SNR 小于 10dB 时亦表现不理想. 作为对比, 本文方法无论是在 SNR 还是信源角度间隔范畴都具备明显优于其他方法的高分辨率性能.

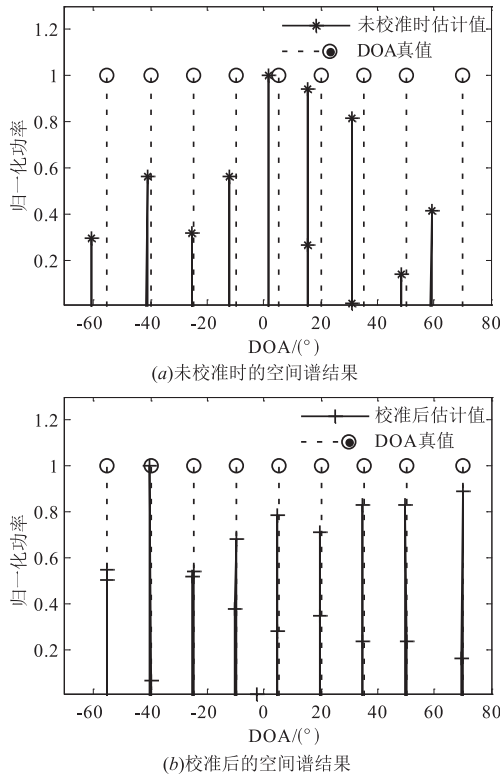


图2 增益相位误差校准前后的空间谱输出结果

实验 3 RMSE 随信噪比和快拍数变化比较结果

考虑两个信源 DOA 估计情况,入射角度分别为 $\theta_1 = -20^\circ, \theta_2 = 10^\circ$,增益相位误差参数为 $\sigma_p = 0.1, \sigma_\phi = 10^\circ$. DOA 估计均方根误差随 SNR 和快拍数的变化关系分别如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 图 4(a) 中,快拍数固定为 1000,SNR 由 -5dB 变化到 20dB ,而图 4(b) 中,SNR 固定 10dB ,快拍数由 200 变化到 1600. 由仿真结果可以发现,本文所提方法的 RMSE 全面低于对比方法,且随着快拍数的增大,DOA 估计精度逐步提升. 即使在快拍数和 SNR 较低的情况下,本文方法依旧保持着良好的性能.

实验 4 RMSE 随增益误差和相位误差变化的比较结果

两个信源信号的入射角度与实验 3 相同,信噪比 SNR 和快拍数分别固定为 10dB 和 1000. 图 5(a) 中, σ_ϕ 固定为 $10^\circ, \sigma_p$ 由 0 变化到 0.4. 图 5(b) 中, σ_p 固定为 0.1, σ_ϕ 由 0° 变化到 40° . 由仿真结果可以看出,联合迭代方法仅适用于增益相位误差较小的情况,当增益误差增大时由于联合迭代优化问题的非凸性,算法的估计性能急剧下降. 作为对比,本文所提方法和 Hadamard 方法、ESPRIT-Like 方法一样,对阵列增益相位误差不敏感,且具有优异的模型误差稳健性.

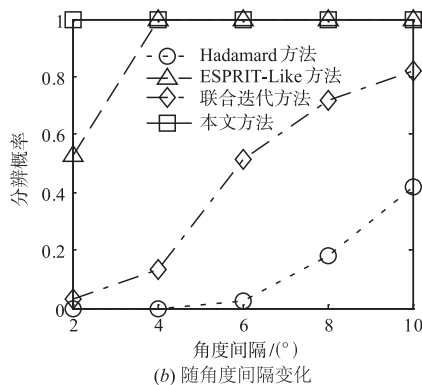
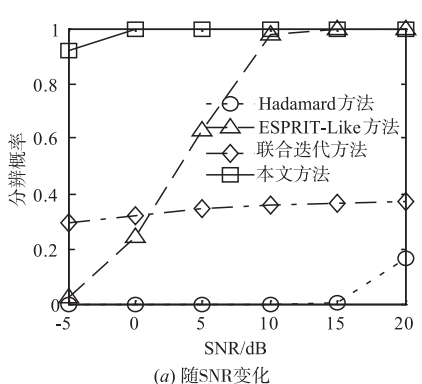


图3 分辨率随SNR和角度间隔变化

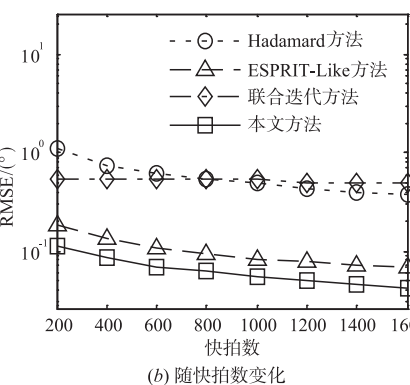
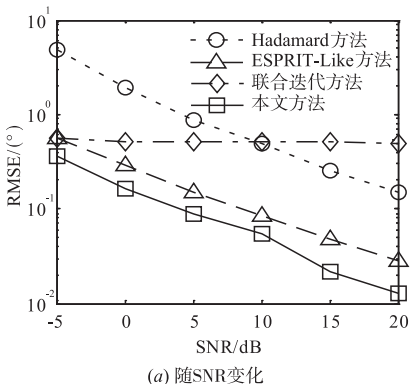


图4 RMSE随SNR和快拍数变化

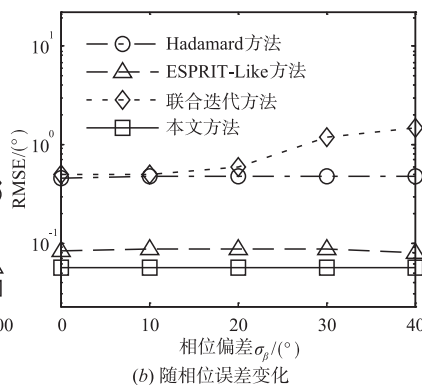
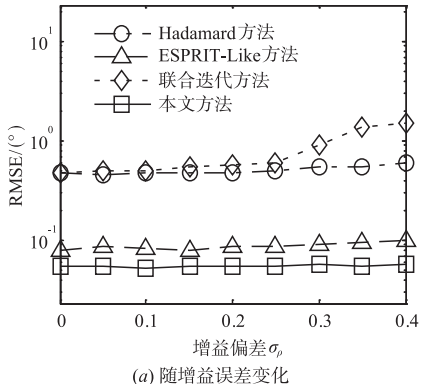


图5 RMSE随增益误差和相位误差变化

5 结论

本文在部分校准嵌套阵列下提出了一种增益相位误差下的 DOA 估计新方法. 该方法首先利用连乘子函数和简单的代数运算完成初始增益相位误差估计, 然后利用具有抗扰动特性的 STLS 算法在有限样本下完成高性能 DOA 估计. 特性分析与计算机仿真结果显示, 本文所提方法的 DOA 估计性能对增益相位误差扰动不敏感, 且可利用 M 个阵元有效估计 $M_1 (M - M_1)$ 个信源. 同时, 和其它方法相比, 本文所提方法还可以提供改进的分辨率和估计精度.

参考文献

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67–94.
- [2] Saucan A A, Chonavel T, Sintès C, et al. CPHD-DOA tracking of multiple extended sonar targets in impulsive environments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(5): 1147–1160.
- [3] 陈媛, 刘金磊, 孙奇福, 等. $S_{\alpha}S$ 分布噪声环境下高分辨率二维 DOA 估计算法及快速实现 [J]. 电子学报, 2018, 46(6): 1384–1389.
Chen Yuan, Liu Jin-lei, Sun Qi-fu, et al. A high resolution algorithm for 2D-DOA estimation and its fast implementation in the presence of $S_{\alpha}S$ distributed noise [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(6): 1384–1389. (in Chinese)
- [4] Bonacci D, Vincent F, Gignoux B. Robust DOA estimation in case of multipath environment for a sense and avoid airborne radar [J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2017, 11(5): 797–801.
- [5] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276–280.
- [6] Roy R, Paulraj A, Kailath T. ESPRIT-A subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, 34(5): 1340–1342.
- [7] Tan J, Nie Z P, Wen D, et al. Low complexity MUSIC-based DOA algorithm for monostatic MIMO radar [J]. Electronics Letters, 2017, 53(4): 1–2.
- [8] Li J, Jiang D, Zhang X. DOA estimation based on combined unitary ESPRIT for coprime MIMO radar [J]. IEEE Communications Letters, 2017, PP(99): 1–1.
- [9] Li J, Li D, Jiang D, et al. Extended-aperture unitary root MUSIC-based DOA estimation for coprime array [J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(4): 752–755.
- [10] Krieger G, Younis M. Impact of oscillator noise in bistatic and multistatic SAR [J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2006, 3(3): 424–428.
- [11] Eineder M. Oscillator clock drift compensation in bistatic interferometric SAR [A]. Geoscience and Remote Sensing Symposium [C]. Toulouse, France: IEEE, 2003. 1449–1451.
- [12] Ferreol A, Larzabal P, Viberg M. Statistical analysis of the MUSIC algorithm in the presence of modeling errors, taking into account the resolution probability [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4156–4166.
- [13] Kim H, Haimovich A M, Eldar Y C. Non-coherent direction of arrival estimation from magnitude-only measurements [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(7): 925–929.
- [14] Ng B C, See C M S. Sensor-array calibration using a maximum-likelihood approach [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996, 44(6): 827–835.
- [15] Ng B P, Lie J P, Er M H, et al. A practical simple geometry and gain/phase calibration technique for antenna array processing [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(7): 1963–1972.
- [16] See C M S. Method for array calibration in high-resolution sensor array processing [J]. IEEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2002, 142(3): 90–96.
- [17] Cao S, Ye Z, Xu D, et al. A Hadamard product based method for DOA estimation and gain-phase error calibration [J]. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 2013, 49(2): 1224–1233.
- [18] Liao B, Chan S C. Direction finding with partly calibrated uniform linear arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60(2): 922–929.
- [19] 曲志昱, 吴迪, 王炎. 基于线性变换的阵列幅相误差自校正算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(6): 1228–1234.
Qu Zhi-yu, Wu Di, Wan Yan. Self-calibration method of gain-phase error based on linear transformation [J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(6): 1228–1234. (in Chinese)
- [20] Zhang X, He Z, Liao B, et al. DOA and phase error estimation using one calibrated sensor in ULA [J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2018, 29(2): 523–535.
- [21] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on information theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [22] 田野, 练秋生, 徐鹤. 基于稀疏信号重构的 DOA 和极化角度估计算法 [J]. 电子学报, 2016, 44(7): 1548–1554.

- Tian Ye, Lian Qiu-sheng, Xu He. DOA and polarization angle estimation algorithm based on sparse signal reconstruction[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(7): 1548 - 1554. (in Chinese)
- [23] 王鹏, 邱天爽, 金芳晓, 等. 脉冲噪声下基于稀疏表示的韧性 DOA 估计方法[J]. 电子学报, 2018, 46(7): 1537 - 1544.
- Wang Peng, Qiu Tian-shuang, Jin Fangxiao, et al. A robust DOA estimation method based on sparse representation for impulsive noise environments[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(7): 1537 - 1544. (in Chinese)
- [24] Zhao L, Liu H, et al. DOA estimation under sensor gain and phase uncertainties[A]. International Conference on Estimation, Detection and Information Fusion[C]. Harbin, China: IEEE, 2015. 209 - 213.
- [25] Liu H, Zhao L, Li Y, et al. A sparse-based approach for DOA estimation and array calibration in uniform linear array[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(15): 6018 - 6027.
- [26] Hoctor R T, Kassam S A. The unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging[J]. Proceedings of the IEEE, 2002, 78(4): 735 - 752.
- [27] Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167 - 4181.
- [28] Qin S, Zhang Y D, Amin M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6): 1377 - 1390.
- [29] Zhu H, Leus G, Giannakis G B. Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2002 - 2016.
- [30] Bresler Y. Maximum likelihood estimation of a linearly structured covariance with application to antenna array processing[A]. The Workshop on Spectrum Estimation & Modeling[C]. Minneapolis, USA: IEEE, 1988. 172 - 175.
- [31] Hansen P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. SIAM Review, 1992, 34(4): 561 - 580.
- [32] Donoho D L, Elad M. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2003, 100(5): 2197 - 2202.

作者简介



田野 男, 1985 年 12 月生于河北省承德市, 工学博士, 现为燕山大学信息科学与工程学院副教授, 主要研究方向为阵列信号处理、阵列误差校准等。

E-mail: tianye@ysu.edu.cn



史佳欣 女, 1995 年 9 月生于江苏省南京市, 学士学位, 现为燕山大学信息科学与工程学院 2017 级硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理。

E-mail: sjx7300@163.com



王彦茹 女, 1993 年 11 月生于河北省石家庄市, 学士学位, 现为燕山大学信息科学与工程学院 2017 级硕士研究生, 主要研究方向为空间谱估计及混合源定位。

E-mail: wangyanru1101a@163.com